整理番号
6

2024年度10月・2025年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問 題 用 紙　　専門科目

（機械システム工学専攻）

受験番号	MC－

注意事項（重要なことを記しているので、試験が始まる前に読んでおくこと）

- 「解答はじめ」の指示があるまで、問題用紙の冊子を開いてはならない。
- 解答用紙の冊子は裏返したままとしておくこと。
- 問題用紙、解答用紙、および下書き用紙は留め金具を用いて綴じられた冊子となっている。この留め金具を外さないこと。

  （問題用紙の冊子は５ページ、解答用紙の冊子は４ページ、下書き用紙の冊子は２ページからなる）
- 本用紙（問題用紙５枚のうち１枚目）には、注意事項が記されている。
- 問題用紙５枚のうち２枚目から５枚のうち５枚目まで、各ページの左上に記された$\boxed{1}$から$\boxed{4}$までの数字が大問の問題番号を意味する。**大問の問題番号$\boxed{1}$から$\boxed{4}$まですべての設問に解答せよ。**
- 「解答はじめ」の指示の後、この問題用紙の冊子の全ページの上部指定欄、解答用紙の冊子の全ページの上部指定欄、および下書き用紙の冊子の全ページの上部指定欄に受験番号を記入すること。
- 解答は問題用紙に記された大問の問題番号に対応した解答用紙に記入すること。問題用紙や下書き用紙への記入は採点対象とならない。
- 問題用紙、解答用紙、および下書き用紙はすべて終了後に回収する。持ち帰ってはならない。
- 関数電卓、定規、コンパスの使用は認めない。

受験番号	MC -

1　図1-1 に示すような断面を有する円すい台形状の部材があるとする．この部材は初期状態では温度が T_0 であり，その温度において荷重が負荷されていない時の寸法は，底面が半径 kR （ただし $0<k<1$ ），上面が半径 R，高さが L_0 であるとする．この部材は，等方弾性体で温度によらず一定のヤング率 E，また，温度によらず一定の熱膨張係数 α であるとして以下の問いに答えよ．
なお，負荷によるポアソン効果，自重による影響は無視してよく，円周率は π を用いることとする．

1）この部材の底面と上面に対して垂直な引っ張り力 N を負荷した場合について答えよ．ただし，答えは z， R， k， L_0， N， E の中から必要な記号を用いて表すこと．

　1－1　負荷前に底面から z 上方に位置する断面に対して，この引っ張り力 N によって作用する垂直引っ張り応力 $\sigma(z)$ を，結果のみ答えよ．

　1－2　引っ張り力 N を負荷した結果，この部材は初期高さ L_0 と比較して上下方向に ΔL_1 だけ伸びたとする． ΔL_1 を答えよ．結果だけでなく，答えを導く過程も簡潔に示せ．

2）この部材への引っ張り力を完全に除荷したのち，部材全体を均一に加熱して温度を T_0 から ΔT だけ温度上昇させた場合について答えよ．ただし，答えは ΔT， z， R， k， L_0， N， E， α の中から必要な記号を用いて表すこと．

　2－1　加熱前に底面から z 上方に位置する断面に対して，この加熱によって作用する垂直引っ張り応力 $\sigma(z)$ を，結果のみ答えよ．

　2－2　ΔT 加熱した結果，この部材は上下方向にどれだけ伸びたか．初期高さ L_0 と比較した伸び ΔL_2 を，結果のみ答えよ．

3）この部材を元の温度 T_0 まで冷却したのち，図1-2 に示すように上下方向に距離 L_0 離れた断熱剛体壁の間にこの部材をはめ込んで上下方向に拘束した．つづいて，拘束したままこの部材を再び均一に加熱して温度を T_0 から ΔT だけ温度上昇させた結果，この部材に上下方向にどれだけの力が発生するか， ΔT， R， k， L_0， E， α の中から必要な記号を用いて答えよ．結果だけでなく，答えを導く過程も簡潔に示せ．

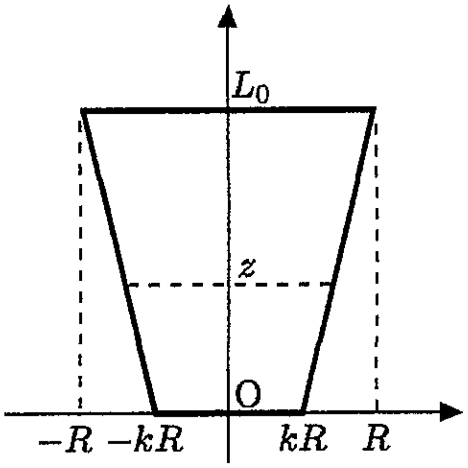

図1-1

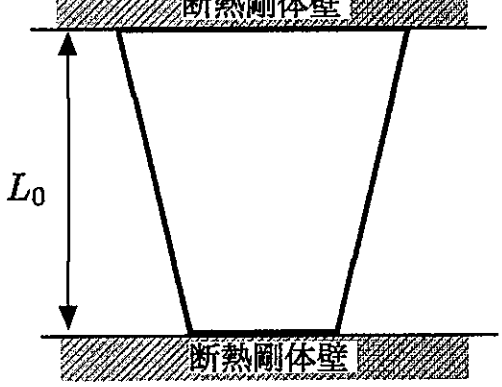

図1-2

受験番号 MC−

2

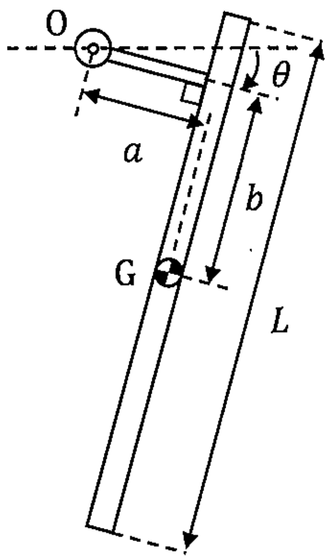

図 2－1

[1] 図2－1に示すように，質量 m，長さ L の剛体棒が質量の無視できる長さ a のアームの端点と剛体結合されており，アームの他方の端点 O を支点として鉛直面内で回転できる．支点 O は環境に固定されており動かない．剛体棒とアームとの結合位置から剛体棒重心 G までの長さは b である．剛体棒の回転角を，アームが水平で G がアームより下側にあるときの角度を基準に，アームが下側に振れる向きを正として θ とする．重力方向は紙面下向きであり，重力加速度を g とする．この系に散逸は無い．以下の（1）～（4）について答えだけを解答せよ．

（1）系の支点 O 周りの慣性モーメントを求めよ．

（2）θ に関する運動方程式を求めよ．ただし，設問（2）～（4）では系の支点 O 周りの慣性モーメントは J とすること．

（3）$a=\frac{L}{2\sqrt{3}}$，$b=\frac{L}{2}$ のとき，平衡状態の角度 θ_0 を $-\frac{\pi}{2}\leq\theta_0\leq\frac{\pi}{2}$ の範囲で求めよ．

（4）$a=\frac{L}{2\sqrt{3}}$，$b=\frac{L}{2}$ のとき，問（3）で求めた平衡点周りで線形化された運動方程式を求めよ．ただし，平衡点からの角度の微小変化を ϕ，つまり平衡点 θ_0 に対し $\theta=\theta_0+\phi$ とし，$|\phi|\ll 1$ とせよ． また，線形化されたシステムの固有角振動数を求めよ．

[2]システム $P(s)$ が以下の伝達関数で与えられている．

$$P(s)=\frac{s+5}{s^3+4s^2+3s+1}$$

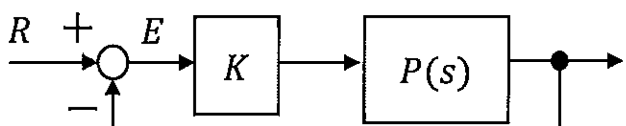

図 2－2

この $P(s)$ に対し，図2－2に示す比例制御を考える．比例ゲインは K（ただし，$K>0$）である．図中の R は目標値 $r(t)$ のラプラス変換を，E は偏差 $e(t)$ のラプラス変換を表す．ただし，以下の（1），（2）は答えだけを解答し，（3）は導出過程を含めて解答せよ．

（1）フィードバック制御系が安定となるためのゲイン K の値の範囲を求めよ．

（2）目標値 $r(t)$ から偏差 $e(t)$ までの伝達関数を求めよ．

（3）単位ステップ目標値 $r(t)=1$ に対する定常偏差が 0.01 未満となるような K が存在すればその値の範囲を求めよ．存在しない場合にはその理由を述べよ．

受験番号	MC－

3

図３－１のように，xy 座標系における点 P を取り囲む四角形 ABCD の検査体積を考える．点 P の流速ベクトルを$\mathbf{u}=(u,v)$，密度をρとする．流れは定常，密度ρは一定であり，微小な$\Delta x, \Delta y$ について，任意の関数fは，次の近似式,

$$f(x+\Delta x, y) \cong f(x,y)+\Delta x\frac{\partial f}{\partial x} \qquad f(x, y+\Delta y) \cong f(x,y)+\Delta y\frac{\partial f}{\partial y}$$

に従うとして，以下の各問いに答えよ．また，紙面奥行き方向の検査体積の厚さを 1 とせよ．

（１）辺 AB, 辺 BC, 辺 CD, 辺 DA の単位法線ベクトルをそれぞれ$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3, \mathbf{n}_4$ とする．それぞれのベクトルの各成分$\mathbf{n}_i=(n_{ix}, n_{iy})$ $(i=1,2,3,4)$を示せ．ただし，ベクトルの向きは検査体積外向きを正とせよ．

（２）各辺の中点を R_1, R_2, R_3, R_4 とする．それぞれの中点の速度ベクトルの成分$\mathbf{u}_i=(u_i, v_i)$ $(i=1,2,3,4)$をu, v，それぞれの偏微分，および$\Delta x, \Delta y$を用いて示せ．

（３）各辺の流速は$\mathbf{u}_i (i=1,2,3,4)$で一様だと仮定する．このとき単位時間に各辺を通る流体の質量（質量流量）$\dot{m}_i$ $(i=1,2,3,4)$を，$\rho, \mathbf{n}_i, \mathbf{u}_i$および$\Delta x, \Delta y$を用いて示せ．ただし，検査体積から流出する場合を正として符号を付けよ．

（４）質量保存則の観点から，$\dot{m}_i$が満たす関係を式で表せ．ただし，検査体積内の湧き出し，吸い込みはないものとする．

（５）小問（２）～（４）の答えを基に，速度ベクトル$\mathbf{u}=(u,v)$が満たす偏微分方程式を導け．

（６）速度ベクトル$\mathbf{u}$，単位法線ベクトル$\mathbf{n}$を用いて，ガウスの発散定理の式を示せ．その上で，以上の導出過程との関係を 50 文字以内（句読点を含む）で説明せよ．

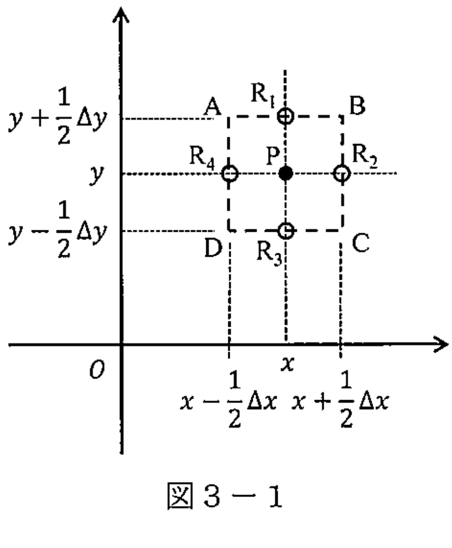

図３－１

4

ピストン・シリンダー内に，圧力 P_0 [Pa]，比体積 v_0 [m^3/kg]，温度 T_0 [K]の理想気体が封入されている．この理想気体を，等温過程によって圧力 P_1 [Pa]，比体積 $v_1(=av_0)$ [m^3/kg]，温度 T_1 [K]に膨張させた．この膨張の後に，断熱過程によって圧力 P_2 [Pa]，比体積 $v_2(=v_1/b)$ [m^3/kg]，温度 T_2 [K]に圧縮させた．すなわち，係数 a と b はいずれも1以上である．これらの理想気体の状態および過程に関する以下の問いに答えよ．問(1)~(6)は答えのみを示せ．なお，気体定数は R [J/(kg·K)]，比熱比は κ [-]とし，それらより導かれる定積比熱および定圧比熱は一定とする．また，過程はすべて可逆過程とする．

(1) 圧力 P_1 および温度 T_1 を，P_0，v_0，T_0，a の中から必要なものを用いて表せ．

(2) 圧力 P_2 および温度 T_2 を，P_1，v_1，T_1，b，κ の中から必要なものを用いて表せ．

(3) 等温過程によって v_0 から v_1 に膨張させた際の，理想気体の内部エネルギーの変化量 u_{01}，吸収した熱量 $q_{01}(\geqq 0)$，外部にした仕事 $w_{01}(\geqq 0)$を，v_0，T_0，a，R の中から必要なものを用いて表せ．いずれも単位質量当たりとする．

(4) 断熱過程によって v_1 から v_2 に圧縮させた際の，理想気体の内部エネルギーの変化量 u_{12}，放出した熱量 $q_{12}(\geqq 0)$，外部から受けた仕事 $w_{12}(\geqq 0)$を，v_1，T_1，b，R，κ の中から必要なものを用いて表せ．いずれも単位質量当たりとする．

(5) 上記の等温過程および断熱過程における，理想気体のエントロピーの変化量 s_{01} および s_{12} を，v_0，T_0，a，b，R，κ の中から必要なものを用いて表せ．いずれも単位質量当たりとする．

(6) 断熱過程による圧縮後の圧力 P_2 が，元々の圧力 P_0 と一致した場合を考える．この時の v_2 および T_2 を，v_0，T_0，a，κ の中から必要なものを用いて表せ．

(7) 問(6)のとき，v_2 から v_0 に等圧過程によって圧縮させることが可能である．この等圧過程による理想気体の内部エネルギーの変化量 u_{20}，エントロピーの変化量 s_{20}，外部に放出した熱量 $q_{20}(\geqq 0)$を，v_0，T_0，a，R，κ の中から必要なものを用いて表せ．いずれも単位質量当たりとする．導出過程も示せ．