

「微分積分学Ⅰおよび演習」前学期統一試験
2010年8月4日実施(80分)
東京農工大学・数理科学部門

【問題】 次の にあてはまる適当な数式，記号などを記入しなさい．

(1) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} =$. ただし, $y = \tan^{-1} x$ ($-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$) は $\tan x$ の逆関数を表す．

(2) 媒介変数 t で表された曲線 $x = \log(t^3 + t)$, $y = \tan^{-1} t$ 上の点 $(x, y) = (\log 2, \frac{\pi}{4})$ における接線の傾きは である．

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1} =$.

(4) 区間 $[-1, 1]$ で定義された関数 $f(x) = \sin^{-1} x + 2\sqrt{1-x^2}$ の最大値を α , 最小値を β とするとき $\alpha - \beta =$. ただし, $y = \sin^{-1} x$ ($-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$) は $\sin x$ の逆関数を表す．

(5) 関数 $f(x) = \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ ($|x| < 1$) の有限マクローリン展開は, 剰余項 R_4 を用いると $f(x) = 2x +$ $x^2 +$ $x^3 + R_4$ である．

(6) $\int_0^1 \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx =$ (ヒント: $x = \tan \theta$ として置換積分) .

(7) $\int_1^2 \frac{dx}{x + 2\sqrt{x-1}} =$.

(8) $\int_0^1 \sin(\log x) dx =$ (ヒント: $\log x = u$ として置換積分) .

(9) 曲線 $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ ($0 \leq t \leq \sqrt{3}$) と x 軸で囲まれる図形の面積は .

(10) 曲線 $r = e^{-\frac{\theta}{2}}$ ($0 \leq \theta \leq \log 4$) の長さは .

(ヒント: 曲線 $r = f(\theta)$ ($\alpha \leq \theta \leq \beta$) の長さは $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{f(\theta)^2 + f'(\theta)^2} d\theta$ で与えられる)

| | | |
|-----|-------|-----|
| 学科： | 学籍番号： | 氏名： |
|-----|-------|-----|